

ГБОУ СПО Прокопьевский политехнический техникум

**Комплект**  
**контрольно-оценочных средств**  
**учебной дисциплины**  
**ЕН.01. Элементы высшей математики**  
основной образовательной программы (ОПОП)  
по направлению подготовки (специальности)  
**230111 Компьютерные сети**

Прокопьевск, 2012

## 1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена (комплексного).

КОС разработаны на основании положений:

основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки специальности СПО 230111 Компьютерные сети программы учебной дисциплины Элементы высшей математики.

## 2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
Умение выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; Умение применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	<ul style="list-style-type: none"><li>- Выполнение действий над матрицами</li><li>- Вычисление определителей</li><li>- Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы</li><li>- Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера</li><li>- Решение систем линейных уравнений методом Гаусса</li><li>- Выполнение действий над векторами</li><li>- Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов</li><li>- Построение точек и нахождение их координат в прямоугольной декартовой</li><li>- Вычисление предела функции в точке и в бесконечности</li><li>- Исследование функции на непрерывность в точке</li><li>- Нахождение производной функции</li><li>- Нахождение производных высших порядков</li><li>- Исследование функции и построение графика</li><li>- Нахождение неопределенных интегралов</li><li>- Вычисление определенных интегралов</li><li>- Нахождение частных производных</li></ul>
Умение решать дифференциальные уравнения;	<ul style="list-style-type: none"><li>- Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка</li></ul>

Знание основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса</li> <li>- Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и смешанного произведения векторов</li> <li>- Классификация точек разрыва</li> <li>- Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций</li> <li>- Перечисление табличных интегралов</li> </ul>
Знание основы дифференциального и интегрального исчисления	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Формулировка геометрического и механического смысла производной</li> <li>- Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой</li> <li>- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений</li> </ul>

### 3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	<i>Текущий контроль</i>	<i>Промежуточная аттестация</i>
У1. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;	Оценка выполнения расчетного задания	
У2. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	Оценка выполнения расчетного задания	
У3. решать дифференциальные уравнения;	Оценка выполнения расчетного задания	
З1. основы математического анализа,	Оценка выполнения расчетного задания, устного опроса	
З2. линейной алгебры и аналитической геометрии;	Оценка по результатам устного опроса, расчетное задание	
З3. основы дифференциального и интегрального исчисления	Оценка выполнения расчетного задания, устного опроса	

#### 4. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений.

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания					
	У1	У2	У3	З1	З2	З3
<b>Раздел 1. Линейная алгебра</b>						
Тема 1.1. Матрицы и определители	Расчетное задание 6.1.				Расчетное задание 6.1.	
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	Расчетное задание 6.1.				Расчетное задание 6.1.	
<b>Раздел 2. Элементы аналитической геометрии</b>						
Тема 2.1. Векторы и координаты на плоскости	Расчетное задание 6.3.				Устный опрос 6.2.	
Тема 2.2. Уравнение линии на плоскости	Расчетное задание 6.3.					
<b>Раздел 3. Введение в анализ</b>						
Тема 3.1. Функции и последовательности				Расчетное задание 6.5.		
Тема 3.2. Пределы и непрерывность				Расчетное задание 6.4.		
<b>Раздел 4. Дифференциальное исчисление</b>						
Тема 4.1. Производная		Расчетное задание 6.6.				Устный опрос 6.7.
Тема 4.2. Дифференциал		Расчетное задание 6.6.				Расчетное задание 6.6.
Тема 4.3. Приложения производной		Расчетное задание 6.8.		Расчетное задание 6.8.		
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление</b>						
Тема 5.1. Неопределенный интеграл		Расчетное задание 6.9.		Устный опрос 6.10		Расчетное задание 6.9.
Тема 5.2. Определенный интеграл		Расчетное задание 6.11.				Расчетное задание 6.11.
<b>Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>						
Тема 6.1. Дифференциальные уравнения.			Расчетное задание 6.13			Расчетное задание 6.12 Устный опрос 6.14

**5. Распределение типов и количества контрольных заданий по элементам знаний и умений, контролируемых на промежуточной аттестации.**

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания					
	У1	У2	У3	З1	З2	З3
<b>Раздел 1. Линейная алгебра</b>						
Тема 1.1. Матрицы и определители	В 1-5				В 1-5	
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	В 6				В 6	
<b>Раздел 2. Элементы аналитической геометрии</b>						
Тема 2.1. Векторы и координаты на плоскости	В 7-9				В 7-9	
Тема 2.2. Уравнение линии на плоскости						
<b>Раздел 3. Введение в анализ</b>						
Тема 3.1. Функции и последовательности	В 12			В 12		
Тема 3.2. Пределы и непрерывность	В 10-11	З 1-6		В 10-11		З 7-8
<b>Раздел 4. Дифференциальное исчисление</b>						
Тема 4.1. Производная		В 13		З 9		В 13
Тема 4.2. Дифференциал		В 14				В 14
Тема 4.3. Приложения производной		В 15-16		З 10 - 13		В 15-16
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление</b>						
Тема 5.1. Неопределенный интеграл		В 17 - 18		З 14-18		В 17 - 18
Тема 5.2. Определенный интеграл		В 19 – В -23		З 19 - 21		В 19 – В -23 З 22-23
<b>Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>						
Тема 6.1. Дифференциальные уравнения.			В 24-26	З 24 - 26		В 24- 26

Обозначение

В - вопросы дифференцированного зачета

З – задания дифференцированного зачета

**6. Структура контрольного задания**

**6.1. Расчетное задание**

### 6.1.1. Текст задания

#### Вариант 1

1. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Найти матрицу  $C=2A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

#### Вариант 3

1. Найти матрицу  $C=3A+B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

#### Вариант 4

1. Найти матрицу  $C=A-4B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

### Вариант 5

1. Найти матрицу  $C=4A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

### Вариант 6

1. Найти матрицу  $C=A+2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

**6.1.2. Время на выполнение: 60 мин.**

### 6.1.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У1. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;	- Выполнение действий над матрицами - Вычисление определителей - Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы - Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера - Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	4 балла
32. линейной алгебры и аналитической геометрии;	- Перечисление последовательности действий при решении систем линейных	

	уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса	
--	---	--

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## 6.2. Устный ответ

### 6.2.1. Текст задания

1. Дать определение вектора.
2. Дать определение проекции вектора на ось и перечислить ее свойства.
3. Дать определение скалярного произведения векторов и перечислить его свойства.
4. Дать определение векторного произведения векторов и перечислить его свойства.
5. Дать определение смешанного произведения векторов и перечислить его свойства.

6.2.2. Время на выполнение: 20 мин.

### 6.2.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
32. линейной алгебры и аналитической геометрии;	- Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и смешанного произведения векторов	5 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## 6.3. Расчетное задание

### 6.3.1. Текст задания

#### Вариант 1

Даны векторы  $\vec{a}(9;-2;1)$  и  $\vec{b}(4;3;0)$  (для № 1-5).

1. Найти  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
2. Найти  $(\vec{a} \wedge \vec{b})$ .



3. Найти  $\vec{a}^2$ .
4. Найти  $|\vec{b}|$ .
5. Найти координаты векторов  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{f} = -3\vec{a}$ .
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(-3; 4)$ . Определить расстояние между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $A$  и  $C$ .
7. Построить кривую второго порядка  $x^2 + (y-2)^2 = 9$
8. Найти точки пересечения кривых  $4x + 6y = 12$  и  $(x-3)^2 - y^2 = 1$  в прямоугольной системе координат..

### Вариант 2

Даны векторы  $\vec{a}(-3; 2; 1)$  и  $\vec{b}(3; 0; 4)$  (для № 1-5).

1. Найти  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
2. Найти  $(\vec{a} \wedge \vec{b})$ .
3. Найти  $\vec{a}^2$ .
4. Найти  $|\vec{b}|$ .
5. Найти координаты векторов  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{f} = -3\vec{a}$ .
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $C(-3; 4)$ ,  $D(-2; 2)$ ,  $E(10; -3)$ . Определить расстояние между точками  $C$  и  $D$ ,  $A$  и  $D$ ,  $D$  и  $E$ .
7. Построить кривую второго порядка  $(x-3)^2 - y^2 = 3$
8. Найти точки пересечения кривых  $x - 4y = 4$  и  $(x+4)^2 + y^2 = 1$  в прямоугольной системе координат.

**6.3.2. Время на выполнение: 70 мин.**

### 6.3.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
32. линейной алгебры и аналитической геометрии;	- Выполнение действий над векторами - Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов - Построение точек и нахождение их координат в прямоугольной декартовой и полярной системах координат	8 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### 6.4. Расчетное задание

### 6.4.1. Текст задания

#### Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

#### Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

#### Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

#### Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

#### Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

#### Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

**6.4.2. Время на выполнение: 40 мин.**

**6.4.3. Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
31. основы математического анализа	- Вычисление предела функции в точке и в бесконечности	4 балла

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

**6.5. Расчетное задание**

**6.5.1. Текст задания**

**Вариант 1**

Исследовать функцию  $f(x) = \frac{1}{x}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

**Вариант 2**

Исследовать функцию  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

**Вариант 3**

Исследовать функцию  $f(x) = x^2$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

**6.5.2. Время на выполнение: 10 мин.**

**6.5.3. Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
---	---------------------------------------	--------

31. основы математического анализа,	- Классификация точек разрыва - Исследование функции на непрерывность в точке	1 балл
-------------------------------------	--	--------

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## 6.6. Расчетное задание

### 6.6.1. Текст задания

#### Вариант 1

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 2

1. Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 3

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{tg}^5(3x^4 - 13)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 4

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{ctg}^4(5x^3 + 6)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .

3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 - 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 5

1. Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \operatorname{tg} x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 - 8$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 6

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{arctg}^6 5x^4$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 6x^5 + e^{4x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 1 + \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 + 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

**6.6.2. Время на выполнение: 40 мин.**

#### 6.6.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У2. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	- Нахождение производной функции - Нахождение производных высших порядков	4 балла
З3. основы дифференциального и интегрального исчисления	- Формулировка геометрического и механического смысла производной	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

#### 6.7. Устный ответ

##### 6.7.1. Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1°.  $c' =$

8°.  $(tgx)' =$

2°.  $(x^\alpha)' =$

9°.  $(ctgx)' =$

В частности,  $x' =$

10°.  $(\arcsin x)' =$

$(x^2)' =$

11°.  $(\arccos x)' =$

$(x^3)' =$

12°.  $(arctgx)' =$

$(\sqrt{x})' =$

13°.  $(arcctgx)' =$

$\left(\frac{1}{x}\right)' =$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

3°.  $(kx + b)' =$

14°.  $(u + v)' =$

4°.  $(a^x)' =$

15°.  $(u - v)' =$

В частности,  $(e^x)' =$

16°.  $(uv)' =$

5°.  $(\log_a x)' =$

17°.  $(cu)' =$

В частности,  $(\ln x)' =$

18°.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

$(\lg x)' =$

В частности,  $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

6°.  $(\sin x)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

7°.  $(\cos x)' =$

19°.  $f(\varphi(x))' =$

**6.7.2. Время на выполнение: 15 мин.**

**6.7.3. Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
33. основы дифференциального и интегрального исчисления	- Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций	28 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## 6.8. Расчетное задание

### 6.8.1. Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

#### Вариант 1

$$f(x) = x^2 - 2x + 8.$$

#### Вариант 2

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}.$$

#### Вариант 3

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$$

#### Вариант 4

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

#### Вариант 5

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$$

#### Вариант 6

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

#### Вариант 7

$$f(x) = x^3 + 3x + 2.$$

#### Вариант 8

$$f(x) = 3x^2 - x^3.$$

**6.8.2. Время на выполнение: 20 мин.**

### 6.8.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У2. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	- Исследование функции и построение графика	1 балл
31. основы математического анализа,	-Знание основных правил вычисления производной	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.



## 6.9. Расчетное задание

### 6.9.1. Текст задания

#### Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x - 4)^3 dx.$$

$$7. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  
 $\int (x + 5) \cos x dx.$

#### Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x + 5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int (x-2)\sin x dx .$$

**6.9.2. Время на выполнение: 60 мин.**

**6.9.3. Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У2. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	- Нахождение неопределенных интегралов	9 баллов
З3. основы дифференциального и интегрального исчисления	-знание основных табличных интегралов	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

**6.10. Устный ответ**

**6.10.1. Текст задания**

Записать табличные интегралы:

1°.  $\int 0 dx =$

2°.  $\int x^\alpha dx =$

В частности,  $\int dx =$

3°.  $\int \frac{dx}{x} =$

4°.  $\int a^x dx =$

В частности,  $\int e^x dx =$

5°.  $\int \cos x dx =$

6°.  $\int \sin x dx =$

7°.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8°.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9°.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

10°.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{1+x^2} =$

**6.10.2. Время на выполнение:** 10 мин.

**6.10.3. Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
31. основы математического анализа,	- Перечисление табличных интегралов	14 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

**6.11. Расчетное задание**

**6.11.1. Текст задания**

**Вариант 1**

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

**Вариант 2**

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

**6.11.2. Время на выполнение:** 40 мин.

### 6.11.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У2. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	- Вычисление определенных интегралов	5 баллов
З3. основы дифференциального и интегрального исчисления	- Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## 6.12. Расчетное задание

### 6.12.1. Текст задания

#### Вариант 1

Найти частные производные функций.

- $z = x \cdot \ln y + \frac{y}{x}$ .
- $z = \ln(x^2 + 2y^3)$ .
- $z = (1 + x^2)^y$ .

#### Вариант 2

Найти частные производные функций.

- $z = x^y$ .
- $z = x^3 y^2 - 2xy^3$ .
- $z = \ln^x y$ .

**6.12.2. Время на выполнение:** 25 мин.

### 6.12.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
З3. основы дифференциального и интегрального исчисления	- Нахождение частных производных	3 балла

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### 6.13. Расчетное задание

#### 6.13.1. Текст задания

##### Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .

2.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x$ ,  $y'' + 2y' + y = 0$ .

3.  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8} y^2$ .

4.  $y = e^{4x} + 2$ ,  $y' = 4y$ .

5. Решить задачу Коши:  $y' = 4x^3 - 2x + 5$ ,  $y(1) = 8$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$ .

7.  $y' = -6y$ .

8.  $y' = \frac{x-1}{y^2}$ .

9.  $y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$ .

10.  $y' - 3y + 5 = 0$ .

11.  $y'' - 7y' + 10y = 0$ .

12.  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

##### Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}$ ,  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

2.  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x$ ,  $y'' - y' - 6y = 0$ .

3.  $y = e^{3x} - 5$ ,  $y' = 3y + 15$ .

4.  $y = \frac{5}{x}$ ,  $y' = -y^2$ .

5. Решить задачу Коши:  $y' = 3x^2 - 2x + 6$ ,  $y(2) = 19$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6.  $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7$ .

7.  $y' = 8y$ .

8.  $y' = \frac{2x}{y^2}$ .

$$9. y' = \frac{y}{1+x^2}.$$

$$10. y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. y'' - y' - 12y = 0.$$

**6.13.2. Время на выполнение: 80 мин.**

### 6.13.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У3. решать дифференциальные уравнения;	- Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка	12 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### 6.14. Устный ответ

#### 6.14.1. Текст задания

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

**6.14.2. Время на выполнение: 30 мин.**

### 6.14.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
---	---------------------------------------	--------

33. основы дифференциального и интегрального исчисления	- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений	5 баллов
---	--	----------

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### 6.15. Вопросы дифференцированного зачета

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n-го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
10. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
11. Предел функции при  $x$ , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число  $e$ .
12. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
13. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
14. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
15. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
16. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
17. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
18. Таблица неопределенных интегралов.
19. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
20. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
21. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
22. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

24. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.  
 25. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.  
 26. Методы решения дифференциальных уравнений.

### 6.15. Задания дифференцированного зачета

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$ .
2. Вычислить пределы:  
 а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$ .
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$ .
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$ .
7. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 6$ .
8. Исследовать функцию  $f(x) = 3x^2 - x^3$  и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке  $x_0 = 4$ :  
 а)  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ ; б)  $f(x) = x^3 + 5x$ .
10. Найти производную функции  $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$ .
11. Найти производную функции  $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$ .
12. Найти производную функции  $y = e^{2x^5 - 8}$ .
13. Найти производную функции  $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$ .
14. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$ .
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$ .
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int (6x + 11)^4 dx$ .
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \cos(6x - 1) dx$ .
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$ .
19. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^3 (5x + 1) dx$ .
20. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (x - 5) x dx$ .



21. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$ .
22. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 5t^2 + 4t + 2$  (м/с). Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .
24. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 9y' + 20y = 0$ .
25. Решить задачу Коши:  $y' = 6x^2 + 4x$ ,  $y(1) = 9$ .
26. Решить дифференциальное уравнение  $y' = 11x$ .

### Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

### 8. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

1. Гмурман, В.Е. Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистики. - М.: Высшее образование, 2009.
2. Дадаян, А.А. Математика. - М.: ФОРУМ: ИНФРА, 2007.
3. Дадаян, А.А. Сборник задач по математике. - М.: ФОРУМ: ИНФРА, 2007.

Интернет ресурсы:

4. <http://festival.1september.ru/>
5. <http://www.fepo.ru>
6. [www.mathematics.ru](http://www.mathematics.ru)